河南工業大學

课 程 设 计

课程设计名称：数字信号的 2ASK 调制与解调

专 业 班 级 ：电信 2101 班

学 生 姓 名 ：陈闯

学 号 ：211040200102

指 导 教 师 ：李红岩

课程设计时间：2024-6-24 至 2024-6-28

通信综合 课程设计任务书

学生姓名	陈闯	**专业班级**	电信 2101	**学号**	211040200102
题　目	数字信号的 2FSK 调制与解调				
课题性质	集中实践		**课题来源**	自拟课题	
指导教师	李红岩		**同组姓名**		
主要内容	用 MATLAB 产生独立等概信源，码元数 N=10000，码元宽度 T_s=1。对信源进行二进制频移键控 2FSK 调制，将调制信号送入高斯白噪声信道。载波信号为：$A\cdot\cos(2\pi f_{c1}t)$和 $A\cdot\cos(2\pi f_{c2}t)$，其中振幅 A、载频 f_{c1}、f_{c2} 自行设定。 在信道中加入高斯白噪声，接收端采用相干解调法/非相干解调法解调。 用 MATLAB 软件对上述条件下 2FSK 调制解调系统进行仿真分析，并对结果进行评价。				
任务要求	1、掌握 2FSK 调制解调系统的原理和设计方法。 2、用 MATLAB 绘制 2FSK 调制信号的时域波形和功率谱。 3、用 MATLAB 绘制高斯白噪声信号的时域波形和功率谱。 4、用 MATLAB 分别绘制 2FSK 信号经过带通滤波后信号、解调输出信号的时域波形和功率谱。 5、用 MATLAB 绘制 2FSK 系统在高斯白噪声情况下的误码率曲线。 6、对仿真结果进行分析，调整参数，观察仿真结果的变化，得出结论。				
参考文献	[1] 曹雪虹，杨洁，童莹著. Matlab/SystemView 通信原理实验与系统仿真[M]. 清华大学出版社. 2022. [2] 陈树新，于龙强，李勇军著. 通信原理学习辅导与实验指导[M]. 清华大学出版社. 2022. [3] 彭燕妮著. 通信原理实验教程[M]. 中国铁道出版社. 2022. [4] 樊昌信，曹丽娜著. 通信原理(第 7 版)[M]. 国防工业出版社. 2012. [5] 刘佳，许海霞，陈宁夏，肖明明著. 通信原理实验教程[M]. 中山大学出版社. 2016. [6] 达新宇，甘忠辉，薛凤凤，刘晋东著. 通信原理实验与课程设计[M]. 电子工业出版社. 2016. [7] 王福昌，屈代明著. 通信原理(第 2 版)[M]. 清华大学出版社. 2015.				
审查意见	**指导教师签字：** **教研室主任签字：　　2024 年 6 月 21 日**				

说明：本表由指导教师填写，由教研室主任审核后下达给选题学生，装订在设计（论文）首页

摘　要

2FSK 调制解调系统在数字通信中具有重要地位，它能够实现在有限频带内传输多个数字信号，提高信道利用率和抗干扰能力。该系统通过改变载波频率来表示不同数字信号，解调时检测频率变化以还原原始数据。本次课程设计主要利用 MATLAB 仿真 2FSK 系统的调制与解调过程。通过 MATLAB 仿真出 2FSK 的调制信号、载波信号、以及已调信号的波形图和频谱图，并在仿真出波形图和频谱图的基础之上，通过程序编出在不同信噪比情况下，2FSK 的误码率分析，画出误码率与信噪比的关系图。

关键词：　2FSK 线性调制 相干解调 误码率 制度增益

目录

1. 引言

当今社会通信技术的发展速度非常快，计算机的出现在现代通信技术的各个领域都占有了非常重要的地位。计算机在当今社会的众多领域中，不仅用作各种信息的处理而且它和通信的结合，也使得电信业务更加丰富多样。随着人类经济文化的飞速发展，人们对于通信技术性能的需求也更加迫切，这也成为了推动通信科学领域发展的巨大动力。

在通信理论中，先后形成了“过滤和预测理论[1]”、“香农信息论[2]”、“纠错编码理论[3]”、“信源统计特性理论[4]”、“调制理论[5]”等技术理论。通信作为现代社会的基础设施和必要条件，引起了世界各国的高度重视，各国的科学工作者也在为此不断的努力奋斗着。通信，简单的说，就是经过一定的信道，将把信息从一个地方传递到另外一个地方。但是如果信息是直接传递的话，由于外界的干扰，以及能量的约束，它不能准确的、快速的传递到较远的距离，经过人们的研究，借助于一定形式的信号，成功的解决了这个问题。

数字调制是用载波的幅度、相位或者频率等参数来表征所传的基带信号的信息[5]，接收端通过对载波的这些离散调制参量进行检测，就可以解调出原来的基带信号了。二进制数字调制的基带信号由一连串的高低电平序列组成，控制开关选择载波，所以也叫做键控信号。通过数字调制产生的模拟信号，它载波参量的离散状态是与数字数据一一对应的，特别适合在带通型的模拟信道上传输。

频率调制就是通过利用调制信号控制载波的频率的变化来传递信息的，其中2FSK 进制频移键控调制最为简单。这种调制方式出现的比较早，技术比较成熟，其抗衰性能远优于 ASK[6]，设备也不复杂，在很多场合，比如中低速数据的传输，尤其在有衰减的不受限制的信道通信中得到了广泛的运用。2FSK 信号的的产生有两种方法：压控载波调频法和键控频率选择法。载波调频产生的是相位连续的 FSK 信号，连续的相位信号一般由压控振荡器产生，由基带信号的参数，使得震荡频率发生变化。频率键控发一般是相位不连续的 FSK 信号，这种信号的两个载波一般由两个不同的振荡器产生，通过基带信号来控制选择哪一个作为输出。由于这两个振荡器是相互独立的，彼此之间的相位没有进行统一，因此在调制的过程之中相位的连续性不能得到保证。至于信号的解调，则采用了非相干解调的过零检测法和相干解调的锁相解调法这两种不同的方法来实现。

2. 设计内容及要求

本课程设计依据通信综合课程设计任务书所提及的主要任务内容和任务任务总结如下。本文使用 MATLAB 进行数字信号的 2FSK 调制与解调仿真可以完成全部任务内容及要求，其中主要完成 2FSK 的解调和相干解调，通过不断改变噪声功率对比不同条件下的误比特率和制度增益。

2.1 设计内容

在本设计中，通过 MATLAB 生成一个独立等概率信源，它包含 10000 个码元，每个码元的宽度为 1。对该信源进行了二进制频移键控（2FSK）调制，并将调制信号传输至高斯白噪声信道中。载波信号由$A \cdot cos(2\pi f_{c1} t)$和$A \cdot cos(2\pi f_{c2} t)$组成，其中振幅 A 以及载频$f_{c1}$和$f_{c2}$根据需要自行设定。

在通信过程中引入高斯白噪声的目的在于模拟实际通信环境中的干扰情况。接收端采用了相干解调法或非相干解调法进行解调，以还原原始信息信号。相干解调法利用与发送端相同的载波频率进行解调，而非相干解调法则无需知晓载波频率信息。

通过 MATLAB 软件对上述条件下的 2FSK 调制解调系统进行仿真分析，以评估系统的性能表现。通过观察解调后的信号质量、误码率等指标，可以评估系统在高斯白噪声信道下的表现。

2.2 设计要求

1、掌握 2FSK 调制解调系统的原理和设计方法

2、用 MATLAB 绘制 2FSK 调制信号的时域波形和频谱

3、用 MATLAB 绘制高斯白噪声信号的时域波形和功率谱

4、用 MATLAB 分别绘制 2FSK 信号经过带通滤波后信号、解调输出信号的时域波形和功率谱

5、用 MATLAB 绘制 2FSK 系统在高斯白噪声情况下的误码率曲线

6、对仿真结果进行分析，调整参数，观察仿真结果的变化，得出结论

3. 设计原理

数字频率调制又称频移键控（FSK），二进制频移键控记作 2FSK。数字频移键控是使用用载波的频率对数字消息进行传送，即用所传送的数字消息控制载波的频率。2FSK 信号是将符号“1”对应于载频f_1，而符号“0”对应于载频f_2（与f_1不同的另一载频）的已调波形，而且f_1与f_2之间的改变是瞬间完成的。

频率调制的最简单形式是二进制频率键控（FSK，frequency-shift keying）。FSK 是调制解调器通过电话线路发送比特的方法。每个比特被转换为一个频率，符号“0”由较低的频率表示，符号“1”由较高的频率表示。

3.1 2FSK 的简单介绍

2FSK 的数学表达式如下式 3-1：

$$e_{2FSK}(t)=\begin{cases}\text{Acos}\ (\omega_1 t+\varphi_n)\\ \text{Acos}\ (\omega_2 t+\theta_n)\end{cases} \qquad (3-1)$$

上式如果使用键控网络生成可以综合写为下式 3-2：

$$S_{k\times k}(t)=\sum_k a_k g(t-kT_b)\cos(\omega_1 t+\varphi_1)+\sum_k a_k g(t-kT_b)\cos(\omega_2 t+\varphi_2) \qquad (3-2)$$

频移键控是利用载波和频率对数字信号进行传递的，2FSK 信号的波形可以分解为两个不同载频的 2ASK 信号，因此它的典型波形如下图 3-1 所示：

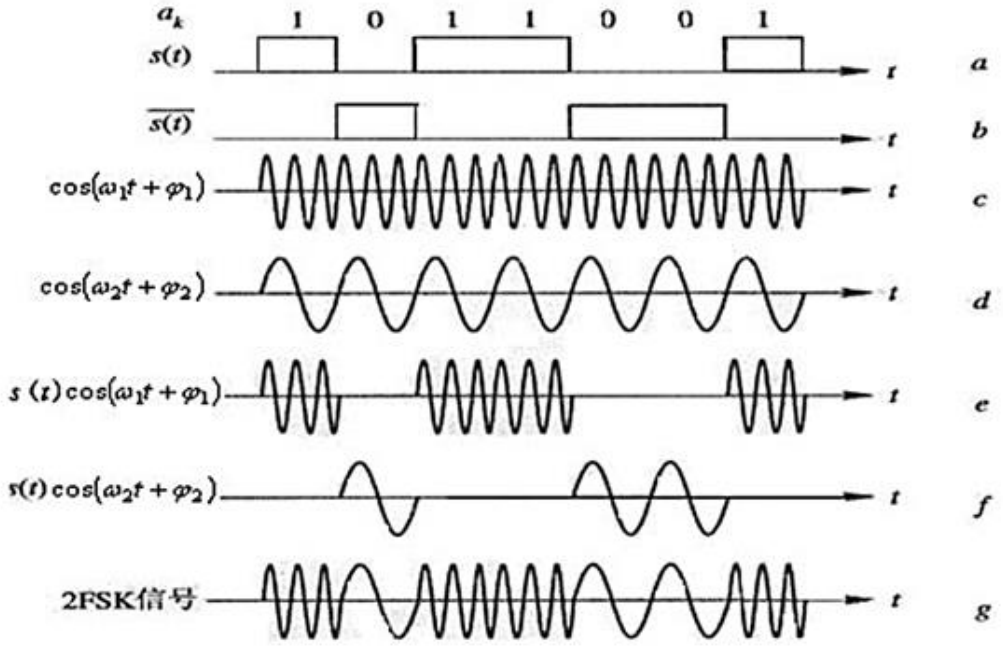

图 3-1 2FSK 典型波形图

3.2 2FSK 的调制介绍

2FSK 信号的产生方案主要有两种。一种是可以使用模拟调频电路来实现，另一种是可以采用键控法来实现，即在二进制基带矩形脉冲序列的控制下通过开关电路对两个不同且独立频率进行选通，使得其在每一个码元T_s期间输出f_1和f_2两个载波之一。这两种方法产生的 2FSK 信号的差异在于：有调频产生的 2FSK 信号在相邻码元之间的相位是连续变化的（这是一类特殊的 FSK，称为连续相位 FSK）而键控产生的 2FSK 信号，是由电子开关在两个独立的频率源之间转换形成的，故相邻码元之间的相位不一定连续。

2FSK 调制就是用来两个不同的频率的载波信号来传输一个二进制信息序列。可以用二进制“1”来对应于载频f_1，而“0”用来对应于另一个载频f_2的已调波形，而这个可以用受矩形脉冲序列控制的开关电路对两个不同的独立的频率源f_1和f_2进行选通。本次课程设计采用的是数字键控的方案，如下原理图 3-2。

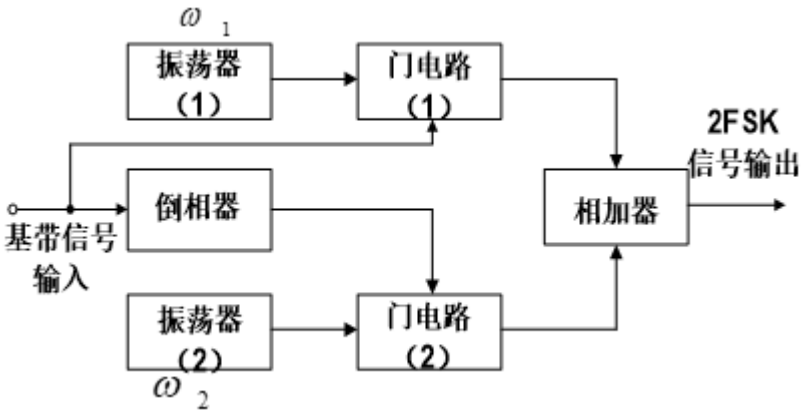

图 3-2 数字键控法生成 2FSK 原理图

图中两个振荡器的载波输出受输入的二进制基带信号 s(t)控制。s(t)为“1”时，正脉冲使门电路 1 接通，门 2 断开，输出频率为f_1；数字信号为“0”时，门 1 断开，门 2 接通，输出频率为f_2。在一个码元 Tb 期间输出ω_1或ω_2两个载波之一。这种方法的特点是转换速率快，波形好，频率稳定度高，电路简单，得到广泛应用。对应图 3-1，2FSK 调制器各点的时间波形如图 3-2 所示，图中波形 g 可以看成是两个不同频率载波的 2ASK 信号波形 e 和波形 f 的叠加。可见，2FSK 信号由两个 2ASK 信号相加构成。这样本设计就可以使用 ASK 的解调方法即相干解调和非相干解调。

3.3 2FSK 的解调介绍

2FSK 的解调方式有两种：非相干解调和相干解调方式，本次课程设计采用的是相干解调方式。根据已调信号由两个载波f_1、f_2调制而成，相干解调先用两个分别对f_1、f_2带通滤波器对已调信号进行滤波，谭厚再分别将滤波后的信号与相应的载波f_1、f_2相乘进行相干解调，再分别进行低通滤波，最后对输出信号使用比较判决器，其原理图如下图 3-3 所示。

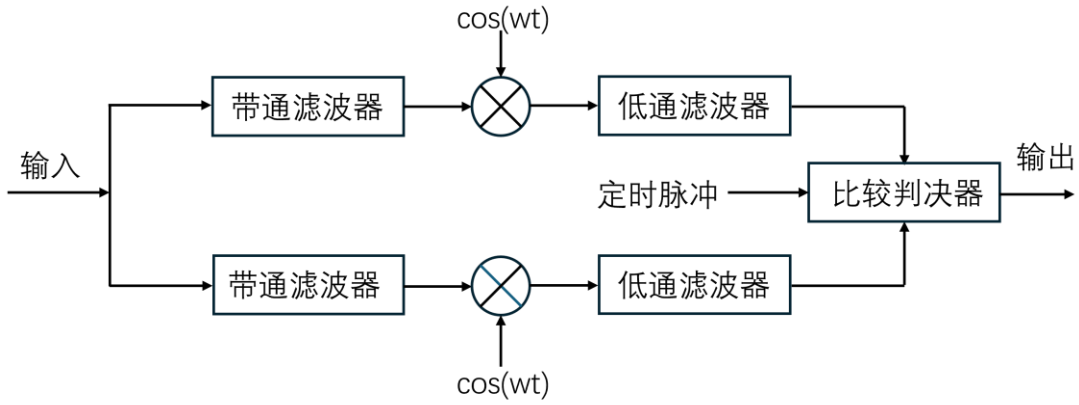

图 3-3 2FSK 相干解调原理图

2FSK 信号的常用解调方法是采用如下图 3-4 所示的非相干解调（包络检波）和比较判决。其解调原理是将 2FSK 信号分解为上下两路信号抽样值的大小，可以不严格设置门限。判决规则应与解调规则相呼应，解调时若规定“1”符号对应载波频率f_1，则接收时上支路的样值较大，应判为“1”。反之，则判为“0”。

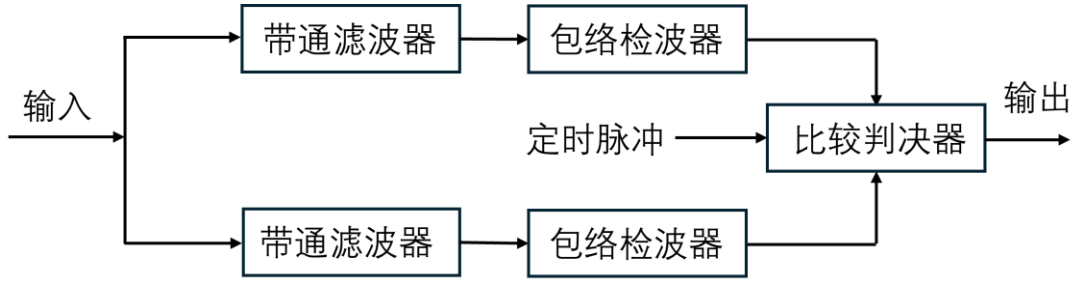

图 3-4 2FSK 包络检波解调原理图

2FSK 在数字通信中应用较为广泛。国际电信联盟（ITU）建议在数据传输效率低于 1200b/s 时采用 2FSK 调制。2FSK 采用非相干解调方式，接收时不必利用信号的相位信息，因此特别适合应用于衰落信道（随参信道）的场合，如短波无线通信，该信道会引起信号的相位和振幅随机抖动和起伏。

除了使用包络检波器完成非相干解调，2FSK 还有其他解调方法，比如鉴频法，差分检测法，过零点检测法等。其中，过零点检测法基于 2FSK 的过零点数

随不同频率而异，通过检测过零点数目的多少，从而区分两个不同频率的信号码元。2FSK 信号经过限幅、微分、整流之后形成与频率变化相对应的尖脉冲序列，这些尖脉冲的密集程度反映了信号的频率高低，尖脉冲的个数就是信号过零点数。把这些尖脉冲变换成较宽的矩形脉冲，以增大其直流分量，该直流分量的大小和信号频率的高低成正比。然后，经过低通滤波器取出此直流分量，这样就完成了频率到幅度的变换，从而根据直流分量幅度上的区别还原出数字信号“1”和“0”。

在这里主要讨论过零点检测法从。过零点检测法的系统框图如下图 3-5 所示。过零点检测法的特点是：“1”和“0”码元对应的载波频率不同，即在单位时间内载波的过零点数目不同，利用此特点可以还原基带信号。

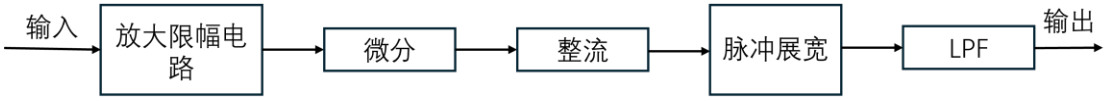

图 3-5 2FSK 过零点检测法解调原理图

综上所述，2FSK 的三种解调方法：相干解调、包络检波法和过零点检测法。其中，相干解调因为利用了信号的相位信息所以可以提供最佳的性能和最高的解调灵敏度以达到最低的误码率，但是相干解调相比其他解调方法需要复杂的相位同步电路并且它对信号的相位偏移较敏感所以需要额外的相位调整。包络检波法的实现比较简单，与相干解调法相比不需要复杂的相位同步电路且对信号的相位偏移不敏感但其解调性能不如相干解调，对噪声和多径干扰的抗干扰能力较差，所以适用于对性能要求不高的场合，如简单通信系统或信噪比较高的环境。最后是过零点检测法，它和包络检波法解调一样因为不适用提供相干载波所以也属于非相干解调。和包络检波法一样，过零点检测法实现简单，不需要相位同步，对信号的相位偏移和干扰较为鲁棒，但解调性能一班，介于相干解调和包络检波法之间且对信号功率波动较为敏感。一般适用于对性能要求一般的场合，如无线传感网络或低成本通信系统。在选择解调方法时，需要根据具体应用场景和要求来进行权衡：如果需要最佳性能和较低的误码率，则选择相干解调；如果对性能要求不高且希望实现简单解调，则选择包络检波法；如果需要平衡性能和复杂度，并且对信号相位偏移和干扰较为鲁棒，则选择过零点检测法。根据应用需求和系统设计考虑，选择最适合的解调方法以实现最佳的通信性能。本课程设计使用 MATLAB 对 2FSK 调制和解调过程进行仿真，采用前两种解调方法，即相干解调法和包络检波法，并对解调性能进行分析、比较和评价。

3.4 功率谱密度

对相位不连续的 2FSK 信号，可以看到由两个载频的 2ASK 信号的叠加，因此，2FSK 信号的频谱可以近似表示成中心频率分别为f_1和f_2的两个 2ASK 频谱的叠加。根据这一思路，可以直接利用 2ASK 频谱的结果分析 2FSK 的频谱，则一个相位不连续的 2FSK 信号可以表示为下式 3-3：

$$e_{2fsk}(t) = s_1(t)\cos w_1 t + s_2(t)\cos w_2 t \qquad (3-3)$$

其中s_1和s_2为两路二进制基带信号。

根据 2ASK 信号功率谱密度的表达式，不难写出这种 2FSK 的功率谱密度的表达式如下式 3-4、3-5 所示：

$$P_{2FSK}(f) = \frac{1}{4}[P_{s1}(f-f_1) + P_{s1}(f+f_1)] + \frac{1}{4}[P_{s2}(f-f_2) + P_{s2}(f+f_2)] \qquad (3-4)$$

$$P_s(f) = 4f_s P(1-P)|G(f)|^2 + f_s^2(1-2P)^2|G(0)|^2\delta(f) \qquad (3-5)$$

本课程设计要求发送信号源产生独立等概的二进制序列，故令$P = 0.5$，只需要将上式进行替换即可的得到下式 3-6 所示：

$$P_{2PSK}(f) = \frac{T_s}{4}\left[\left|\frac{\sin\ \pi(f+f_c)T_s}{\pi(f+f_c)T_s}\right|^2 + \left|\frac{\sin\ \pi(f-f_c)T_s}{\pi(f-f_c)T_s}\right|^2\right] \qquad (3-6)$$

由式 3-4 可以看出：第一，相位不连续的 2FSK 信号的功率谱由连续谱和离散谱组成。其中，连续由两个中心位于f_1和f_2处的双边普叠加而成，离散谱位于两个载频f_1和f_2处第二，连续谱的形状随着两个载频之差$|f_1 - f_2|$的大小而变化，若$|f_1 - f_2| < f_s$，连续谱在f_0处出现单峰，若$|f_1 - f_2| > f_s$，出现双峰；第三，若以功率谱第一个零点之间的频率间隔计算 2FSK 信号的带宽，则其带宽近似为下式 3-7 所示

$$B_{2FSK} \approx |f_2 - f_1| + 2f_s \qquad (3-7)$$

其中f_s为基带信号的带宽。

二进制相移键控信号（2FSK）的频谱特性与 2ASK 的一分相似，带宽也是基带信号带宽的两倍。当 2FSK 信号的频率偏移表示不同的二进制数据时，其频谱中可能不包含离散的载波分量，这取决于调制参数和数据模式区，例如：当 P=1/2 时，其谱中无离散谱(即载波分量)，此时 2PSK 信号实际上相当于抑制载波的双边带信号，而 2ASK 中通常包含载波分量。因此，它可以看作是双极性基带信号作用下的调幅信号。

3.5 FSK 的误码性能

3.5.1 非相干解调的系统性能

设“1”符号对应载波频率$f_1(w_1)$，“0”符号对应载波频率$f_2(w_2)$，则在一个码元的持续时间T_s内，发送端产生的 2FSK 信号可以表示为下式 3-8：

$$s_T(t)=\begin{cases}u_{1T}(t) & \text{发送“1”时}\\ u_{0T}(t) & \text{发送“0”时}\end{cases} \tag{3-8}$$

式中的$u_{1T}(t)$和$u_{0T}(t)$如下式 3-9、3-10 所示：

$$u_{1T}(t)=\begin{cases}\text{Acos }\omega_1 t & 0<t<T_S\\ 0 & \text{其它}t\end{cases} \tag{3-9}$$

$$u_{0T}(t)=\begin{cases}\text{Acos }\omega_2 t & 0<t<T_s\\ 0 & \text{其它}t\end{cases} \tag{3-10}$$

即可以将 2FSK 合成为下式 3-11 作为数学表达式：

$$y_i(t)=\begin{cases}\text{acos }\omega_1 t+n_i(t), & \text{发送“1”时}\\ \text{acos }\omega_2 t+n_i(t), & \text{发送“0”时}\end{cases} \tag{3-11}$$

式中：$a=KA$；$n_i(t)$为加性高斯白噪声，其均值为 0。

在接收端上下之路两个带通滤波器的输出波形分别为式 3-12 和 3-13：

$$y_1(t)=[a+n_{1c}(t)]\cos\omega_1 t-n_{1s}(t)\sin\omega_1 t \tag{3-12}$$

$$y_2(t)=n_{2c}(t)\cos\omega_2 t-n_{2s}(t)\sin\omega_2 t \tag{3-13}$$

式中：$n_1(t)$和$n_2(t)$分别为高斯白噪声$n_i(t)$经过上下两个带通滤波器的输出噪声（窄带高斯白噪声），其均值同为 0，方差同为σ_n^2，可表示为下式 3-14 和 3-15：

$$n_1(t)=n_{1c}(t)\cos\omega_1 t-n_{1s}(t)\sin\omega_1 t \tag{3-14}$$

$$n_2(t)=n_{2c}(t)\cos\omega_2 t-n_{2s}(t)\sin\omega_2 t \tag{3-15}$$

上下之路两个带通滤波器的输出波形分别为下式 3-16 和 3-17 所示：

$$y_1(t)=\begin{cases}\text{acos }\omega_1 t+n_1(t) & \text{发送“1”时}\\ n_1(t) & \text{发送“0”时}\end{cases} \tag{3-16}$$

$$y_1(t)=\begin{cases}n_2(t) & \text{发送“1”时}\\ \text{acos }\omega_2 t+n_2(t) & \text{发送“0”时}\end{cases} \tag{3-17}$$

比较判决器进行比较。比较的两路输入波形分别为上支路$x_1(t)=a+n_{1c}(t)$和下支路$x_2(t)=n_{2c}(t)$，式中，a 为信号信号成分；$n_{1c}(t)$和$n_{2c}(t)$均为低通型高

斯白噪声，方差为σ_n^2。

因此$x_1(t)$和$x_2(t)$抽样值的一维概率密度函数分别为下式 3-18 和 3-19：

$$f(x_1)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp\left\{-\frac{(x_1-a)^2}{2\sigma_n^2}\right\} \tag{3-18}$$

$$f(x_2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp\left\{-\frac{(x_2)^2}{2\sigma_n^2}\right\} \tag{3-19}$$

当$x_1(t)$的抽样值x_1小于$x_2(t)$的抽样值x_2时，判决器输出“0”符号，造成将“1”判为 “0”的错误，故这时错误概率为下式 3-20：

$$P\left(\frac{0}{1}\right)=P(x_1\leqslant x_2)=P(x_1-x_2\leqslant 0)=P(z\leqslant 0) \tag{3-20}$$

其中，$z=x_1-x_2$，则 z 是高斯型随机变量，其均值为 a，方差为$\sigma_z^2=2\sigma_n^2$。

设 z 的一维概率密度函数为$f(z)$，则由上式可得下式 3-21：

$$P\left(\frac{0}{1}\right)=P(z\leqslant 0)=\int_{-\infty}^{0}f(z)\mathrm{d}z$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z}\int_{-\infty}^{0}\exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_z^2}\right]\mathrm{d}z=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right) \tag{3-21}$$

同理可得，发送“0”错判为“1”的概率如下式 3-22：

$$P\left(\frac{1}{0}\right)=P(x_1>x_2)=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right) \tag{3-22}$$

显然，由于上下支路的对称性，以上两个错误概率相等。于是，采用同步检测时 2FSK 系统的总误码率为下式 3-23：

$$P_{\mathrm{e}}=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right) \tag{3-23}$$

其中，$r=\frac{a}{2\sigma_n^2}$为解调器输入端(带通滤波器输出端)的信噪比。在大信噪比($r\gg 1$)条件下，式 3-24 可近似表示为

$$P_e\approx\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}\mathrm{e}^{-\frac{r}{2}} \tag{3-24}$$

在大信噪比条件下，2FSK 信号包络检波时的系统性能与相干解调时的性能相差不大，但相干解调法的设备却复杂得多。因此,在满足信噪比要求的场合，多采用包络检波法。

3.5.2 包络检波法的系统性能

假定在$(0,T_s)$时间内发送“1”符号（对应w_1），可以得到这时两路包络检波器的输出（即送入抽样判决其进行比较的两路输入包络）分别如下式 3-25 和 3-26 所示：

$$V_1(t)=\sqrt{[a+n_{1c}(t)]^2+n_{1s}^2(t)} \tag{3-25}$$

$$V_2(t)=\sqrt{n_{2c}^2(t)+n_{2s}^2(t)} \tag{3-26}$$

由随机信号分析可知，$V_1(t)$的抽样值V_1服从广义瑞利分布，$V_2(t)$的抽样值V_2服从瑞利分布。其一维概率密度函数分别如下式 3-27 和 3-28 所示：

$$f(V_1)=\frac{V_1}{\sigma_n^2}I_0\left(\frac{aV_1}{\sigma_n^2}\right)\mathrm{e}^{-\frac{(V_1^2+a^2)}{2\sigma_n^2}} \tag{3-27}$$

$$f(V_2)=\frac{V_2}{\sigma_n^2}\mathrm{e}^{-\frac{V_2^2}{2\sigma_n^2}} \tag{3-28}$$

显然，发送“1”时，若V_1 小于V_2，则发生判决错误，其错误概率为下式 3-29 所示：

$$\begin{aligned}P\left(\frac{0}{1}\right)&=P(V_1\leqslant V_2)=\iint_c f(V_1)f(V_2)dV_1dV_2\\&=\int_0^\infty f(V_1)\left[\int_{V_2=V_1}^\infty f(V_2)\mathrm{d}V_2\right]\mathrm{d}V_1\\&=\int_0^\infty \frac{V_1}{\sigma_n^2}I_0\left(\frac{aV_1}{\sigma_n^2}\right)\exp\left[\frac{(-2V_1^2-a^2)}{2\sigma_n^2}\right]\mathrm{d}V_1\end{aligned} \tag{3-29}$$

令：$t=\frac{\sqrt{2}V_1}{\sigma_n}$，$z=\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n}$得到化简后的上式为下式 3-30：

$$P\left(\frac{0}{1}\right)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2}}\int_0^\infty tI_0(zt)\mathrm{e}^{-\frac{t^2+z^2}{2}}\mathrm{d}t \tag{3-30}$$

式中$r=z^2=\frac{a^2}{2\sigma_n^2}$。

同理可求得发送“0”判为“1”的错误概率于上式完全一样，即有式 3-31：

$$P\left(\frac{1}{0}\right)=P(V_1>V_2)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\frac{r}{2}} \tag{3-31}$$

于是，2FSK 信号包络检波时系统的总误码率为式 3-22：

$$P_e=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\frac{r}{2}} \tag{3-22}$$

对 2FSK 信号还可以采用其他方式进行解调，例如上面提及的过零点检测法、差分解调法等，本课程设计基于介绍的相干解调和包络检波法对 2FSK 进行解调研究。

4. 设计方案

4.1 信号产生

根据本次课设计的任务书对信源符号的要求，即用 MATLAB 产生独立等概信源，码元数 N=10000，码元宽度 T_s=1。可以利用 MATALB 库函数设定码元数 N 为 10000 和码元宽度 Ts 为 1 秒，然后使用 rand 函数生成一个长度为 N 的随机序列，该序列中的每个数值通过 round 函数被四舍五入到最近的整数（0 或 1），从而产生了一个独立等概率的二进制信源。这个二进制序列代表了 10000 个码元的值。同时，前面提及的反相操作也可以在这里一起进行，通过对源随机序列进行取反，得到反相的信源序列用作后续的调制操作。

2FSK 需要两个不同频率的载波，在设计过程中假设载波信号的频率为 5Hz 和 3Hz，振幅为 1。可以提前设定两个载波的频率，之后产生两列余弦波s_1和s_2，用作后续调制操作。上述产生基带信号和不同频率的载波信号的基本流程框图如下图 4-1 所示。

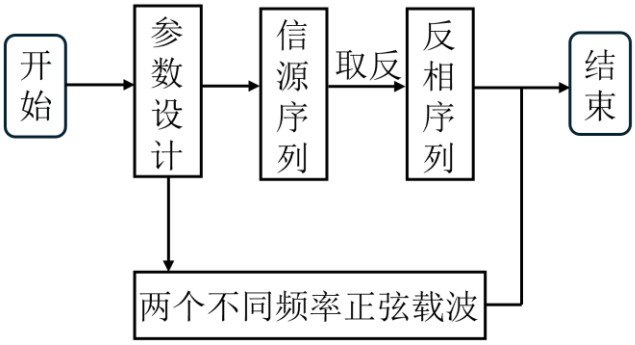

图 4-1 仿真系统信源与载波产生框图

4.2 信号的调制

根据 2FSK 信号可以看作是两路 2ASK 信号的叠加。用上述产生的二进制序列即方波信号直接与载波 1 相乘，用得到的取反方波信号与载波 2 相乘，再将两列信号相加即得到原信源序列经过 2FSK 调制后的已调信号。下面是具体的实现方案描述。

信息源发出的是由二进制符号 0、1 组成的序列，且假定 0 符号出现的概率为$\frac{1}{2}$，则 1 出现的概率为$\frac{1}{2}$，它们彼此独立，那么，2FSK 信号便是“1”符号对应于载频ω_1，而“0”则对应于载频ω_2（与ω_1不同的另一个载频）的已调波形，而

且ω_1、ω_2的改变是瞬间就能完成的。容易想到，2FSK 可以利用一个矩形脉冲序列对一个载波进行调频,使其能够输出 2 个不同频率的码元。2FSK 信号的产生简单流程图如下图 4-2 所示。

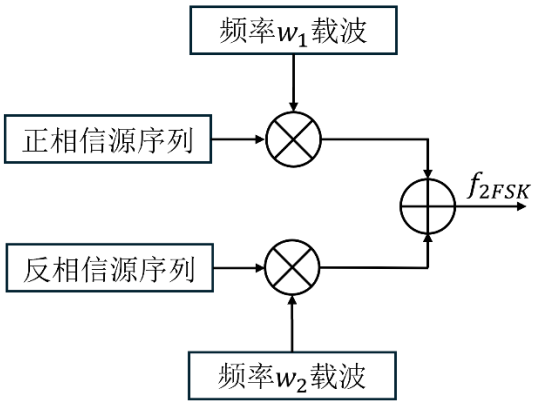

图 4-2 仿真系统 2FSK 信号的产生框图

4.3 信号加噪

经过 2FSK 调制的原始信源序列作为已调信号将已调信号送入高斯白噪声信道。调用 MATLAB 库函数产生高斯白噪声 noise，并与已调信号相加得到加入噪声后的 sn 信号，这里相当于模拟了已调信号经过加性高斯白噪声信道，通过画出相关的时域和频域图观察信号状态。下图 4-3 为信号经过加性高斯白噪声信道进行加噪的框图。

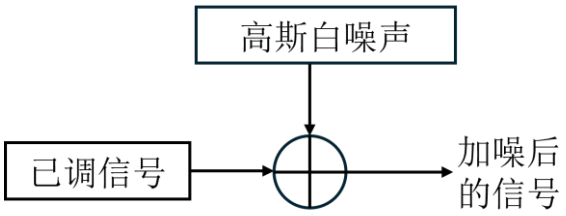

图 4-3 仿真系统加噪已调信号的产生框图

4.4 信号解调

这里主要介绍相干解调的实现方案设计。对接收信号进行相干解调一般有如下的步骤：

① 让 sn 经过两路相干解调线路，两路相干解调线路作用基本相同，只是参数不同。让 sn 通过两个带通滤波器 H1 和 H2，它们分别以ω_1和ω_2为中心频率，可以画出经过带通滤波后的波形。

② 对两路波形分别进行相干解调，经过相乘器与它们同频同相的余弦波s_1

和s_2相乘，可以画出此时的波形。

③ 之后，将两路信号再通过低通滤波器sw_1和sw_2得到两路基带调制波形。

④ 最后，将两路基波通过抽样判决，得到最终的输出波，画出其波形，并与之前生成的信源序列做对比。

非相干解调也是采用两路包络检波的方法对 sn 进行解调，区别是不需要提供同频同相的相干载波，所以实现电路更加简单。下图 4-4 为 2FSK 相干解调实现框图。

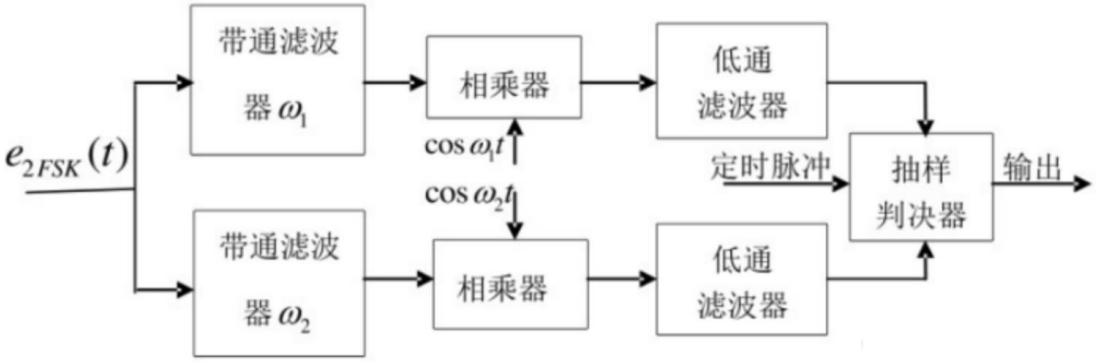

图 4-4 仿真系统相干解调框图

经过调制后的 2FSK 数字信号通过两个频率不同的带通滤波器ω_1、ω_2滤出不需要的信号，然后再将这两种经过滤波器的信号分别通过包络检波器检波，最后将两种信号同时输入到抽样判决器同时外加抽样脉冲，最后解调出来的信号就是调制前的输入信号。其原理框图如图 4-5 所示。

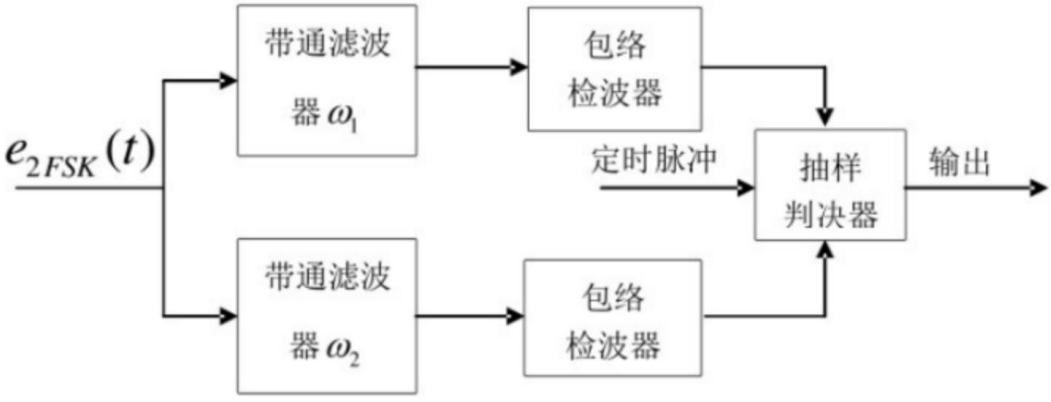

图 4-5 仿真系统包络检波法解调框图

为了通信系统可靠性和有效性，在仿真过程中，本课程设计单独计算误码率以及制度增益。通过改变噪声功率，绘制不同情况下的误码率和制度增益改变情况，对通信系统进行评价。

4.5 系统总设计方案

上述针对信号的产生、调制、加噪、解调以及系统的评价进行模块化讲解，根据这些小模块，设计总体仿真方案。完整 MATLAB 仿真 2FSK 系统的调制与解调的流程框图如下图 4-6 所示。

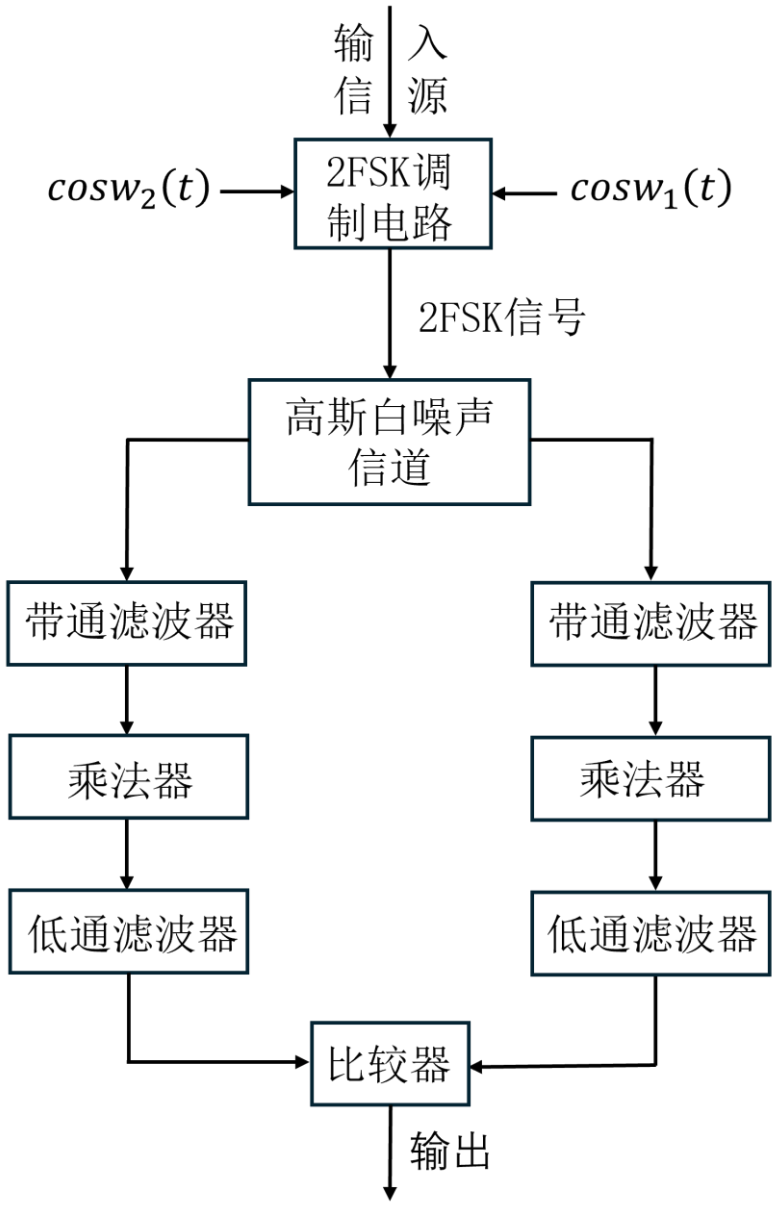

图 4-6 仿真系统设计总实现框图

5. 结果及分析

2FSK 信号的调制解调原理是通过带通滤波器将 2FSK 信号分解为上下两路 2FSK 信号后分别进行解调，然后进行比较判决输出信号。本次课程设计采用相干解调和包络检波法分别进行解调。对于 2FSK 系统的抗噪声性能，本课程设计进行误码率计算和制度增益计算。设符号“1”对应载波频率f_1，符号“0”对应载波频率f_2。在原理图中采用两个带通滤波器来区分中心频率不同的信号。中心频率为f_1的带通滤波器只允许频率为f_1的信号频谱成分通过，滤除中心频率为f_2的信号频谱成分。

接收端上下两条支路带通滤波器的输出波形中H_1和H_2。在H_1和H_2中分别含有噪声n_1和n_2，其分别为高斯白噪声 noise 经过上下支路两个带通滤波器后输出的窄带高斯白噪声，其均值同为 0，方差同为σ_n^2，只是中心频率不同而已。

其抽样判决是直接比较两路信号抽样值的大小，可以不专门设置门限值。判决规制应与调制规制相呼应，本课程设计调制时规定符号“1”对应载波 5Hz，符号“0”对应载波频率 3Hz，则接受时上支路的抽样较大，应该判为“1”，反之则判为“0”。

5.1 基带信号和载波信号

调用 MATLAB 库函数产生独立等概信源，码元数 N=10000，码元宽度$T_s = 1$。下图 5-1 为使用 MATLAB 产生的基带信号波形以及其反码信号波形。

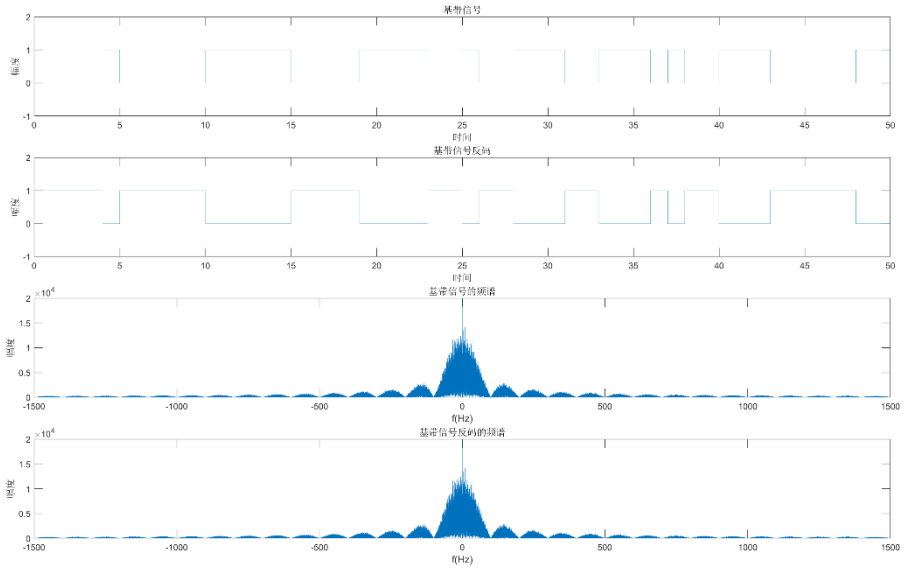

图 5-1 基带信号及其频谱

第一幅图实现了产生独立等概信源（由于 10000 个码元过长，只截取前 50 个码元所形成的波形作展示），此时产生的二进制序列为 0000100000，第二幅图时基带信号反码，其序列为 1111011111，用于后续的 2FSK 调制。第三和第四幅图是基带信号和基带信号反码的频谱图，由时域方波对应频域 Sa 函数，可知频谱图是正确的。

下图 5-2 为生成的 5Hz 和 3Hz 余弦载波及其对应的频谱图，用作后续的 2FSK 调制载波。根据时域余弦函数对应频域对称冲击函数可知该频谱是正确的。

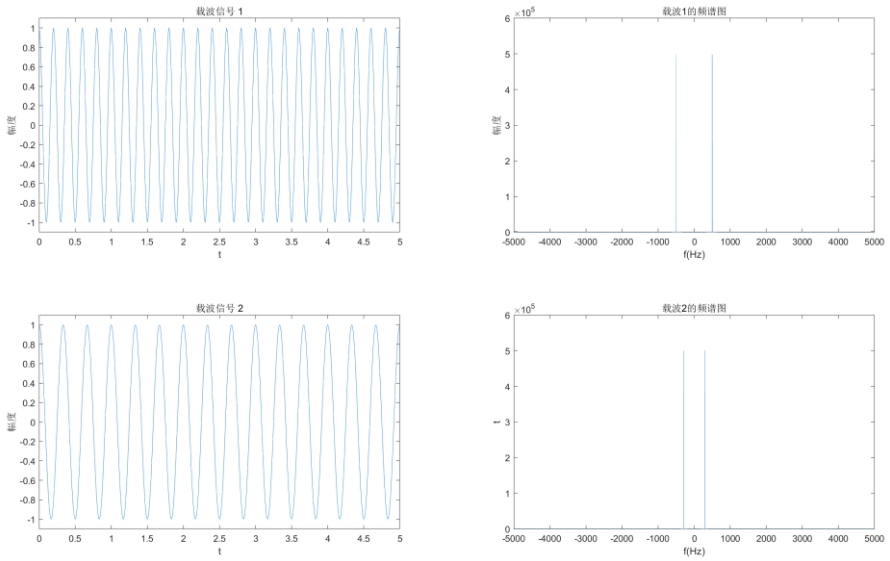

图 5-2 不同频率载波及其频谱

5.2 2FSK 调制结果分析

由 2FSK 调制原理，通过使用两路不同频率的载波对原始基带信号和基带反码信号进行操作叠加得到 2FSK 的信号，这里将符号“1”用频率 5Hz 表示，符号“0”用频率 3Hz 表示。即可得到如下图 5-3 的 2FSK 时域波形。

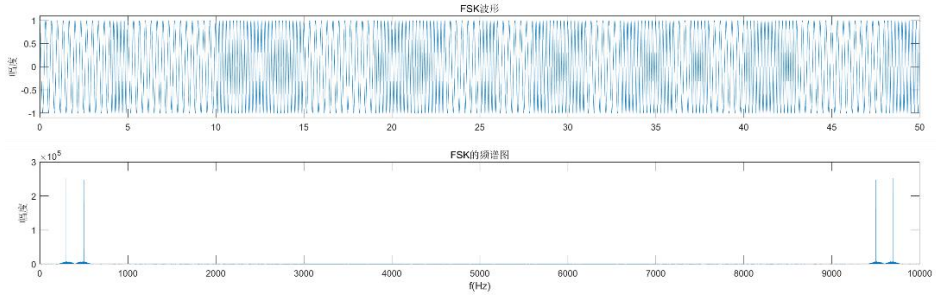

图 5-3 2FSK 时域波形及其频谱

本课程设计将符号“1”与频率 5Hz 对应，符号“0”与频率 3Hz 对应，得到如上的的 2FSK 时域波形和频谱图。该时域波形呈现的序列 0000100000，与调制波相符，同时由于 2FSK 波形中存在两个不同频率，所以在频谱的一边会出现两个较为显著的冲击。

5.3 2FSK 加噪结果分析

已调信号经过加性高斯白噪声信道得到如下图 5-4 的加噪信号及其频谱图。

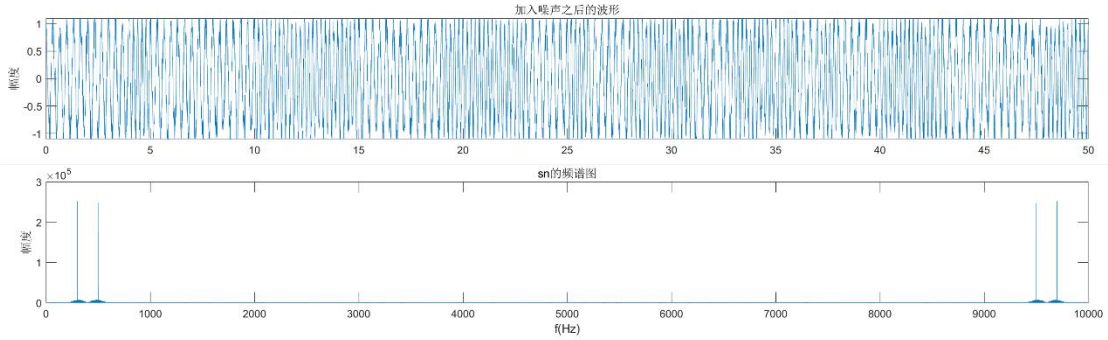

图 5-4 加噪后信号的时域波形及频谱图

从图中可以看到加噪后的时域波形相比已调信号更加的杂乱，这里噪声功率为 4W，同时在频域上频谱幅度发生改变。下面将进行 2FSK 解调操作。

5.4 2FSK 解调结果分析

2FSK 的解调通过两路不同中心频率的带通滤波器区别 5Hz 和和 3Hz，得到的输出波形和频谱图如下图 5-5，可以通过频谱图调整滤波器参数。

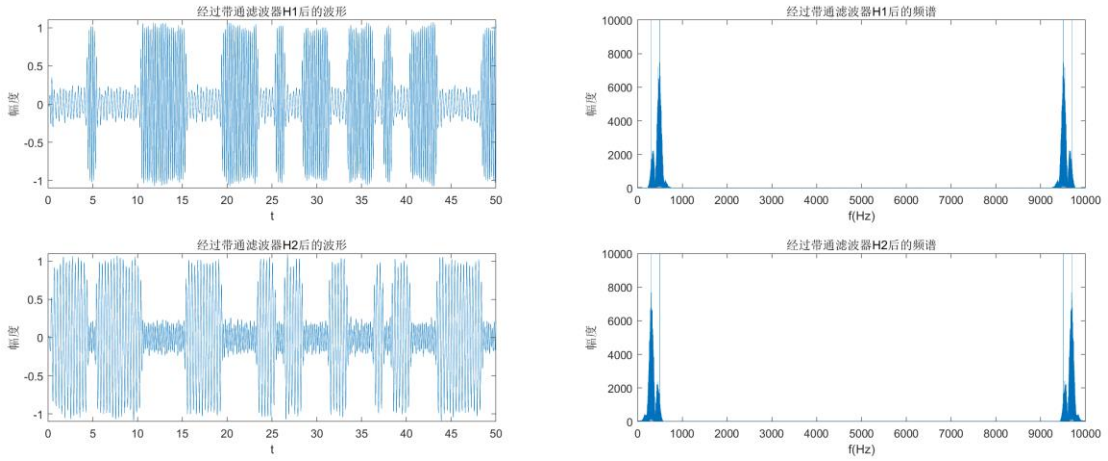

图 5-5 加噪信号经过两路带通滤波器的时域波形和频谱

带通滤波器选取截止频率分别为[4Hz 6Hz]和[2Hz 4Hz]，这是根据载波频率

5Hz、3Hz 和基带信号频率 1Hz 确定的，这样可以滤除带外噪声，提高比较判决的准确性。同时，将高斯白噪声转变为窄带高斯白噪声，这样可以方便的多制度增益进行计算。并且，可以清楚的看到分别经过H_1和H_2带通滤波器后的结果是在中心频率为 5Hz 的结果上 3Hz 的幅度明显降低，另一路正好相反，这说明我们设计的滤波器是很合理的，能起到区别的效果。当然，若设计的两载波频率差距更大会更加方便我们区分和最后的判决。

经过带通滤波器的输出经过相乘器和低通滤波器，最后经过比较判决即可得到最终的输出信号。下图 5-6 为经过相乘器的时域图和经过低通滤波器的时域结果。

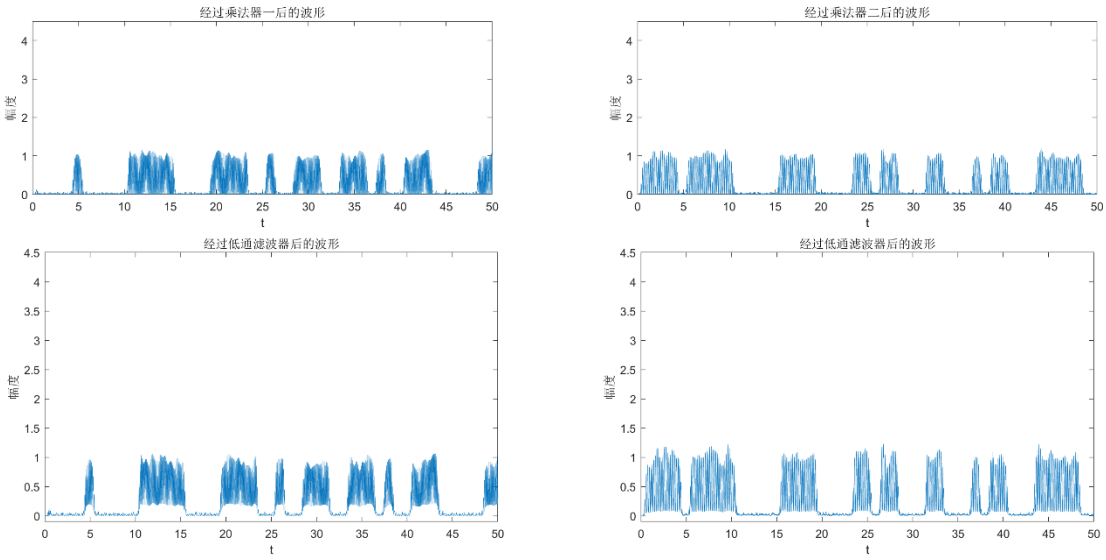

图 5-6 经过相乘器和低通滤波器后的时域波形

最后，经过比较判决得到如下图 5-7 的解调输出时域及频谱图结果。

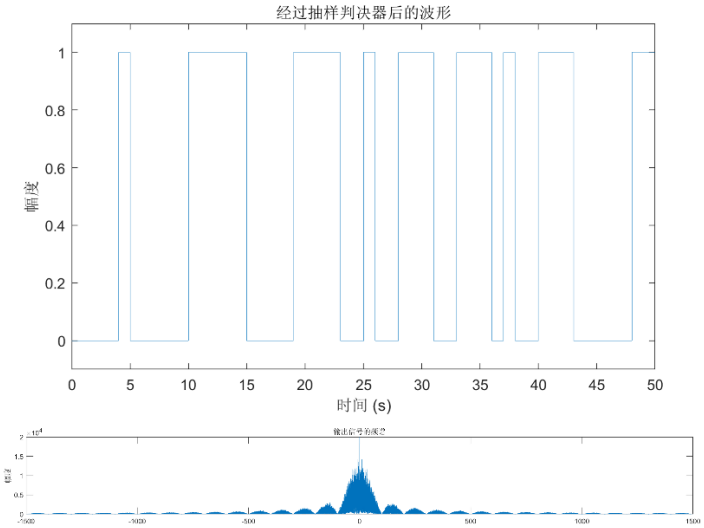

图 5-6 经过比较判决器后的时域波形及频谱

应课程设计要求画出 2FSK 系统在高斯白噪声情况下的误码率曲线如下图 5-7 所示。

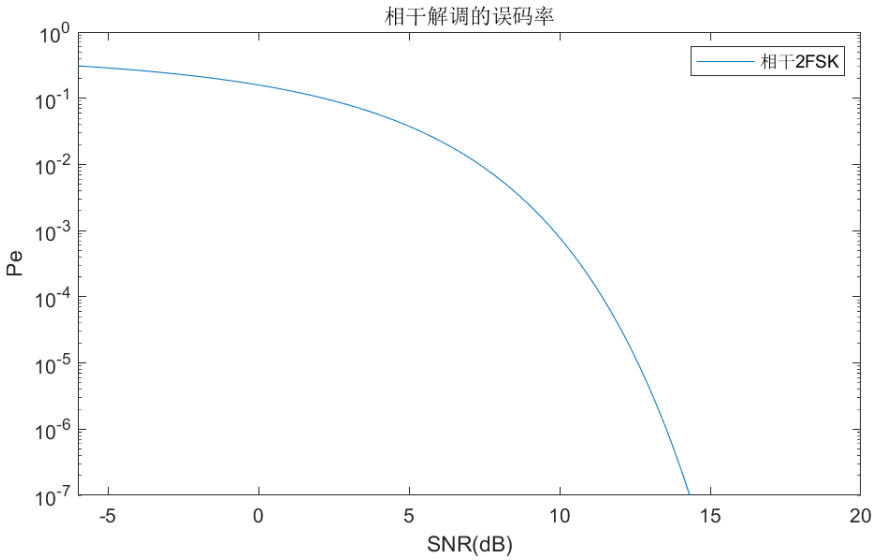

图 5-7 2FSK 系统在高斯白噪声情况下的误码率曲线

相干解调的误码率随着信噪比的不断增加而随之减少，这是符合实际的，并且相干解调不存在门限效应。而非相干解调则存在门限效应。下图 5-8 为使用包络检波法进行解调后的信噪比-误码率曲线。

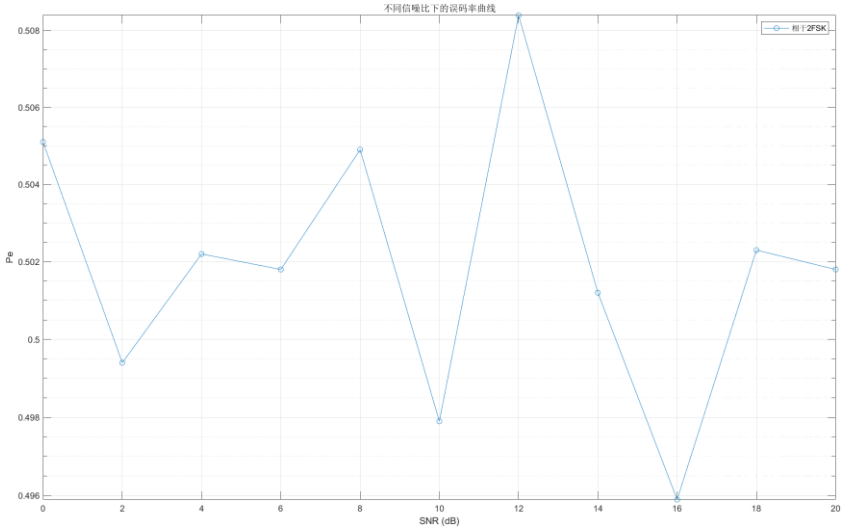

图 5-8 2FSK 系统包络检波的误码率曲线

可以发现相干解调不会出现门限效应，误码率会随着信噪比的增加成比例的下降，但是使用包络检波法对本课题设计的通信系统进行解调会出现门限效应出现解调后误码率极其不稳定的情况，但仍可以发现误码率是随着信噪比的不断增大而减小的，所以在选择解调方式时需要根据信噪比的大小进行选择，在大信噪比的情况下两种解调方式均可，但是小信噪比时包络检波法不再适用。

6. 总结

本次课程设计使用用 MATLAB 产生独立等概信源，码元数 N=10000，码元宽度 T_s=1。对信源进行二进制频移键控 2FSK 调制，将调制信号送入高斯白噪声信道，之后，对输出信号进行相干解调法解调和包络检波法解调，最后通过对比原始基带信号进行误码率计算和制度增益计算，可视化最终结果发现，本设计能很好的完成 2FSK 系统的调制和解调，并且对比了两种解调方法的优略发现在本设计中相干解调表现更好，在信噪比较大的情况下包络检波法可以使用并且和相干解调法误码率表现差异不大，但是小信噪比情况下，包络检波因为其线性解调方式导致门限效应噪声误码率不再随信噪比的增加按比例的减小，所以此时相干解调效果更好。

通过本次课程设计，收获了很多新的知识。首先让结识了 MATLAB 这个强大的数学软件。它不仅能做数学上的计算、画图，还内置了很多强大的算法和一些集成的工具，如：FFT，fir 等等。使用 MATLAB 进行此次 2FSK 系统调制和解调的仿真可以大大简化很多运算，同时可以将书上的理论知识用 MATLAB 去实现，因此此次课程设计的源码均为经典 2FSK 调制解调实现框图的复现。

在进行此次课程设计的代码仿真时，也遇到了一些问题，例如：两路带通滤波器的设计以及后面低通滤波器的设计均是此次课程设计的难题。但是，这些问题最终都在老师和同学们的帮助下得到了解决。

这次的课程设计不仅可以巩固 2FSK 系统调制解调的知识，还能进一步加强对工具 MATLAB 的熟练使用，增加对通信原理这门课的学习兴趣的同时克服畏难心理，提高自学能力、搜索能力和解决问题的能力。

参考资料

[1] 刘国平.具有时变通信受限非线性信息物理系统的网络化预测控制[J].控制理论与应用, 2022, 39(1):9.

[2] Shannon, C. E .A Mathematical Theory of Communication[J].Bell Systems Technical Journal, 1948, 27(4):623-656.DOI:10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x.

[3] 张宗橙.纠错编码原理和应用[M].电子工业出版社,2003.

[4] 宋耀莲,邵玉斌,徐明远.信源统计特性的最优量化器设计与性能分析[J].昆明理工大学学报(自然科学版), 2003, 28(6):65-68.DOI:10.3969/j.issn.1007-855X.2003.06.018.

[5] 亢伟民.概率成形编码调制技术理论及应用 通讯[M].电子工业出版社,2023.

[6] G・J・梅哈斯,N・W・史密斯,D・马特肖维斯凯.ASK 调制:CN202110614092.2[P].CN202110614092.2[2024-06-26].

附录：程序源代码

```
clear all;
close all;

%% 参数设置
N = 10000; % 基带信号码元数
Ts = 1; % 码元宽度（秒）
Fs = 100; % 采样频率（每秒采样点数）
T_total = N * Ts; % 总时间
j = T_total * Fs; % 总采样点数

a = round(rand(1, N)); % 产生随机序列
t = linspace(0, T_total, j); % 时间向量
t1 = length(t);
t2 = linspace(-5000, 5000, j); % 时间向量

f1 = 5; % 载波 1 频率
f2 = 3; % 载波 2 频率
fm = N / T_total; % 基带信号频率
B1 = 2 * f1; % 载波 1 带宽
B2 = 2 * f2; % 载波 2 带宽

%% 产生基带信号
st1 = zeros(1, j);
for n = 1:N
    if a(n) < 1
        st1((n-1)*Fs*Ts + 1 : n*Fs*Ts) = 0;
    else
        st1((n-1)*Fs*Ts + 1 : n*Fs*Ts) = 1;
    end
end

% 信号求反
st2 = 1 - st1;

figure(1);
subplot(411);
stairs(t, st1); % 使用 stairs 代替 plot
title('基带信号');
xlabel('时间');
ylabel('幅度');
axis([0, 50, -1, 2]);
```

```
42.
43.  subplot(412);
44.  stairs(t, st2); % 使用 stairs 代替 plot
45.  title('基带信号反码');
46.  xlabel('时间');
47.  ylabel('幅度');
48.  axis([0, 50, -1, 2]);
49.
50.  subplot(413);
51.  y = fft(st1);
52.  plot(t2, fftshift(abs(y)));
53.  title('基带信号的频谱');
54.  xlabel('f(Hz)');
55.  ylabel('幅度');
56.  axis([-1500, 1500, 0, 2e4]);
57.
58.  subplot(414);
59.  y = fft(st2);
60.  plot(t2, fftshift(abs(y)));
61.  title('基带信号反码的频谱');
62.  xlabel('f(Hz)');
63.  ylabel('幅度');
64.  axis([-1500, 1500, 0, 2e4]);
65.
66.  %% 载波信号
67.  s1 = cos(2 * pi * f1 * t);
68.  s2 = cos(2 * pi * f2 * t);
69.
70.  figure(2);
71.  subplot(221);
72.  plot(t, s1);
73.  title('载波信号 1');
74.  xlabel('t');
75.  ylabel('幅度');
76.  axis([0, 5, -1.1, 1.1]);
77.
78.  subplot(222);
79.  y = fft(s1);
80.  plot(t2, fftshift(abs(y)));
81.  title('载波 1 的频谱图');
82.  xlabel('f(Hz)');
83.  ylabel('幅度');
84.  axis([-5000, 5000, -0.1, 6e5]);
```

```
85.
86.  subplot(223);
87.  plot(t, s2);
88.  title('载波信号 2');
89.  xlabel('t');
90.  ylabel('幅度');
91.  axis([0, 5, -1.1, 1.1]);
92.
93.  subplot(224);
94.  y = fft(s2);
95.  plot(t2, fftshift(abs(y)));
96.  title('载波 2 的频谱图');
97.  xlabel('f(Hz)');
98.  ylabel('t');
99.  axis([-5000, 5000, -0.1, 6e5]);
100.
101. %% FSK 信号及噪声
102. figure(3);
103. fsk1 = st1 .* s1;
104. fsk2 = st2 .* s2;
105. fsk = fsk1 + fsk2;
106.
107. noise = 0.2 .* randn(1, t1);
108. sn = fsk + noise;
109.
110. subplot(411);
111. plot(t, fsk);
112. title('FSK 波形');
113. ylabel('幅度');
114. axis([0, 50, -1.1, 1.1]);
115.
116. subplot(412);
117. plot(t, sn);
118. title('加入噪声之后的波形');
119. xlabel('t');
120. ylabel('幅度');
121. axis([0, 50, -1.1, 1.1]);
122.
123. subplot(413);
124. y = fft(fsk);
125. plot(t, abs(y));
126. title('FSK 的频谱图');
127. xlabel('f(Hz)');
```

```
ylabel('幅度');

subplot(414);
y = fft(sn);
plot(t, abs(y));
title('sn 的频谱图');
xlabel('f(Hz)');
ylabel('幅度');

%% 相干解调
figure(4);
b1 = fir1(80, [(f1-fm)/(Fs/2) (f1+fm)/(Fs/2)]);
b2 = fir1(80, [(f2-fm)/(Fs/2) (f2+fm)/(Fs/2)]); % 设置带宽参数
H1 = filter(b1, 1, sn); % b1 为分子，1 为分母，sn 为滤波器输入序列
H2 = filter(b2, 1, sn); % 噪声信号同时通过两个滤波器

subplot(321);
plot(t,H1);
title('经过带通滤波器 H1 后的波形');
xlabel('t');
ylabel('幅度');
axis([0, 50, -1.1, 1.1]);

subplot(322);
y=fft(H1);
plot(t,abs(y));
title('经过带通滤波器 H1 后的频谱');
xlabel('t');
ylabel('幅度');
axis([0, 10000, -0.1, 10e3]);

subplot(323);
plot(t,H2);
title('经过带通滤波器 H2 后的波形');
xlabel('t');
ylabel('幅度');
axis([0, 50, -1.1, 1.1]);

subplot(324);
y=fft(H2);
plot(t,abs(y));
title('经过带通滤波器 H2 后的频谱');
xlabel('t');
```

```
171.  ylabel('幅度');
172.  axis([0, 10000, -0.1, 10e3]);
173.
174.  sw1 = H1 .* H1;
175.  sw2 = H2 .* H2;
176.
177.  subplot(325)
178.  plot(t,sw1);
179.  title('经过乘法器一后的波形')
180.  xlabel('t');
181.  ylabel('幅度');
182.  axis([0, 50, 0, 4.5]);
183.
184.  subplot(326);
185.  plot(t, sw2);
186.  title('经过乘法器二后的波形')
187.  xlabel('t');
188.  ylabel('幅度');
189.  axis([0, 50, 0, 4.5]);
190.
191.  bn = fir1(8, [1/(Fs/2) 9/(Fs/2)]); %经过低通滤波器
192.  sr1 = filter(bn, 1, sw1);
193.  sr2 = filter(bn, 1, sw2);
194.
195.  figure(5);
196.  subplot(221);
197.  plot(t,sr1);
198.  title('经过低通滤波器后的波形')
199.  xlabel('t');
200.  ylabel('幅度');
201.  axis([0, 50, -0.1, 4.5]);
202.
203.  subplot(222);
204.  plot(t,sr2);
205.  title('经过低通滤波器后的波形')
206.  xlabel('t');
207.  ylabel('幅度');
208.  axis([0, 50, -0.1, 4.5]);
209.  %% 比较判决
210.  % 下采样解调信号
211.  sr_downsampled = zeros(1, N); % 初始化下采样后的信号数组
212.  for i = 1:N
213.      % 由于每个码元持续 Ts 秒，因此每个码元的中间点可以代表该码元的值
```

```
    % 计算每个码元中间点的索引
    index = round((i-0.5)*Fs*Ts);
    if(sr1(index) >= sr2(index))
        sr_downsampled(i) = 1;
    else
        sr_downsampled(i) = 0;
    end
end

% 绘制下采样后的解调信号，以匹配原始基带信号的码元率
t_downsampled = linspace(0, T_total, N); % 生成下采样后的时间向量
subplot(223);
stairs(t_downsampled, sr_downsampled); % 使用 stairs 来更好地表示离散信号
title('经过抽样判决器后的波形')
xlabel('时间 (s)');
ylabel('幅度');
axis([0, 50, -0.1, 1.1]);

% 计算误差位数
error_bits = sum(abs(sr_downsampled - a));
% 计算误码率
Pe = error_bits / N;
% 显示误码率
disp(['误码率 (BER) = ' num2str(Pe)]);



% 计算输入信号的功率
P_signal_in = var(fsk);

% 计算输入噪声的功率
P_noise_in = var(noise);

% 计算输入信噪比
SNR_in = P_signal_in / P_noise_in;

% 假设输出信号的功率与输入信号相似，这是一个简化的假设
P_signal_out = P_signal_in; % 这里假设解调过程不改变信号的功率

% 输出噪声功率的估计。这里我们用一个简化的方法，将其与误码率相关联
% 这是一个非常粗略的估计，仅用于示例
P_noise_out = Pe * P_signal_out;
```

```
256.
257. % 计算输出信噪比
258. SNR_out = P_signal_out / P_noise_out;
259.
260. % 计算制度增益
261. G = SNR_out / SNR_in;
262.
263. % 显示制度增益
264. disp(['制度增益 (G) = ' num2str(G)]);
265.
266.
267. subplot(224);
268. a = 0.001;
269. SNR_dB = -6:0.3:20;
270. SNR = 10 .^ (SNR_dB ./ 10);
271. SNR2 = a .^2 ./ (2 * SNR);
272.
273. fsk_pe0 = 0.5*erfc(sqrt(a .^2 ./ (4 * SNR2)));
274. semilogy(SNR_dB, fsk_pe0, '');
275. hold on;
276. legend('相干 2FSK');
277.
278. axis([-6, 20, 1/1e7, 1]);
279. title('相干解调的误码率');
280. xlabel('SNR(dB)');
281. ylabel('Pe');
```